第８回　　場合の数に関する問題

基本問題

$\boxed{1}$　次の問いに答えなさい。

（１）$\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ と書かれた４枚のカードを使って４けたの数をつくるとき，偶数は何通りできますか。（星野学園）

（２）１，２，３，４，５の数字がそれぞれ１つずつ書かれた５枚のカードから３枚取り出して３けたの数を作ります。３で割って１余る数は全部でいくつできますか。（晃華学園）

（３）$\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ の５枚のカードの中から３枚カードを並べて，３けたの偶数をつくります。その数を小さい順に並べたとき，１０番目の数はいくつですか。（東海大浦安）

（４）１，２，３，４の数字が１つずつ書いてある４枚のカードがあります。この中から２枚を取り出して並べて２けたの整数をつくるとき，つくることができる整数を全部加えるといくらになりますか。（跡見学園）

$\boxed{2}$　次の問いに答えなさい。

（１）１万円札，５千円札，２千円札，千円札をそれぞれ１枚以上使って３万円にする方法は何通りありますか。（関西学院）

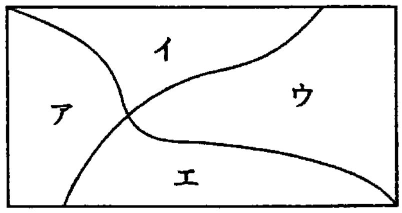
（２）８チームが１回ずつ総当たり戦を行うと，全部で何試合行うことになりますか。（修道）

（３）円周上に円周を８等分する点をとります。この中から３つ選んで，三角形を作ります。合同な三角形は１種類と数えるとき，何種類の三角形ができますか。（開智）

（４）ガム，キャラメル，チョコレートがそれぞれたくさんあります。この中から１０個を選び，袋に入れてお菓子(かし)の「つめ合わせ袋」を作ろうと思います。どのお菓子も必ず２個以上は入れるとすると，異(こと)なる「つめ合わせ袋」は何種類できますか。（早稲田実業）

3 次の問いに答えなさい。

（１）右の図のような長方形があり，ア～エの４つの区域に分けられています。いま，これらの４つの区域を赤，青，黄の３色のクレヨンで同じ色がとなり合わないようにぬり分けようと思います。（国府台女子）



①　３色の中から２色だけを選んでぬり分けるとすると，何通りのぬり分け方がありますか。

②　３色全部の色を使うとすると，何通りのぬり分け方がありますか。

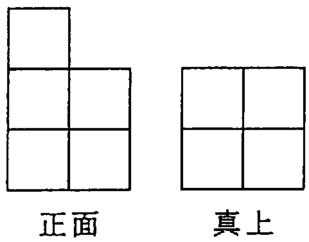
（２）赤，黄，青の箱の中に，それぞれ１から９までの数字が書かれた，箱と同じ色のカードが９枚ずつ入っています。すべての箱の中から１枚ずつカードを引き，３つの数字の積が２４になるような取り出し方は，全部で何通りありますか。（湘南白百合学園）

（３）２，３，５，７，１１の５つの数から２つの数を選び，１つを分母，もう１つを分子として分数をつくるとき，２より大きい分数はいくつできますか。（多摩聖ヶ丘）

（４）ａ＞２，ａ＜ｂ，ｂ＜ｃの条件にあてはまる３つの整数の組（ａ，ｂ，ｃ）はそれぞれ何組ありますか。ただし，ａ，ｂ，ｃは１ケタの整数です。（大妻多摩）

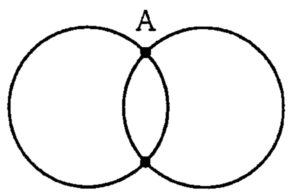
4 次の問いに答えなさい。

（１）右の図は同じ大きさの立方体をすき間なく積み重ねた立体を正面からと真上から見た図です。このように見える積み重ね方は全部で何通りありますか。（城西川越）



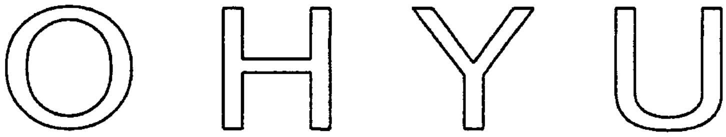
（２）１００円玉と５０円玉と１０円玉を使って，２２０円を支払う方法は何通りありますか。ただし，使わない種類のお金があってもよいとします。（東洋英和）

（３）右の図形を，点Ａから一筆書きする方法は何通りありますか。ただし一度通った道は通らないものとします。（田園調布）



標準問題

1　赤，青，黄，緑の４色の絵の具があります。下の４つの文字に色をぬるとき，次のようなぬり方は何通りありますか。ただし，１文字は１色でぬります。（鴎友学園）

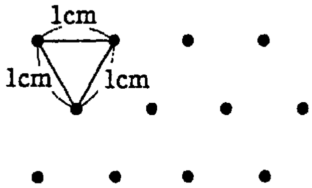


（１）４色をすべて使ってぬる場合

（２）赤，黄の２色だけを使ってぬる場合（２色とも必ず使います）

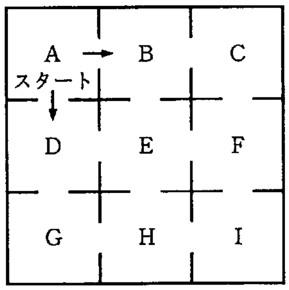
2　右の図のように，１ｃｍ間隔にくぎを１２本打った板があります。この板のくぎにひもをかけて，向かい合う２組の辺が平行な四角形を作ります。

　このような四角形は何種類できますか。ただし，ずらしたり裏返したりしてぴったり重なり合うものは同じものとします。

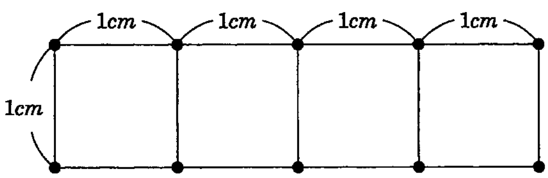


（筑波大学附属）

3　右の図のように，上下，左右に移動できるＡ～Ｉの９つの部屋があります。Ａの部屋からスタートして，すべての部屋をまわります。部屋は一度しか通れないとすると，そのまわり方は全部で何通りありますか。（東海大浦安）



4　図のように，１辺の長さが１ｃｍの正方形をならべた長方形の辺の上に１０個の点があります。次の問いに答えなさい。（鎌倉学園）



（１）１０個の点のうち，３点をむすんでできる三角形の面積が１ｃm^2のものは何個ありますか。

（２）１０個の点のうち，４点をむすんでできる長方形の面積が２ｃm^2のものは何個ありますか。

（３）１０個の点のうち，４点をむすんでできる四角形の面積が２ｃm^2のものは何個ありますか。

$\boxed{5}$　７つの数字０，１，２，３，４，５，６を１つずつ書いた７まいのカードがあります。このとき，次の各問いに答えなさい。　（お茶の水）

（１）このカードの中から５まい選んでならべて，５けたの整数を作り，百の位を四捨五入（ししゃごにゅう）して作った概数（がいすう）が２５０００になりました。この５けたの整数の中で，いちばん大きいものといちばん小さいものを答えなさい。

（２）７まいのカードの中から４まいのカードを選んで２けたの整数を２つ作ったら，大きい方の数が小さい方の数の倍数になっていました。このとき，次の各問いに答えなさい。

①　小さい方の数が１２であるとき，大きい方の数はいくつですか。考えられる数を，すべて答えなさい。

②　大きい方の数が５２であるとき，小さい方の数はいくつですか。

③　大きい方の数が小さい方の数の４倍になるとき，２けたの整数はいくつといくつですか。考えられる２けたの整数の組を，すべて答えなさい。
「○と×」のように，組にして答えなさい。

④　２けたの整数が２つとも奇数（きすう）になるとき，２けたの整数はいくつといくつですか。考えられる２けたの整数の組を，すべて答えなさい。
「○と×」のように，組にして答えなさい。

$\boxed{6}$　太郎君と花子さんの二人で向かい合って次のようなゲームをします。

■　じゃんけんに勝った者は，指で右か左をさす

■　じゃんけんに負けた者は，顔を右か左に向ける

じゃんけんに勝った者と負けた者が同時にこの動作をして，指をさした方向と顔を向けた方向が一致（いっち）した場合は，じゃんけんに勝った者をゲームの勝者とします。

その他の場合は再びじゃんけんから始めて勝者が決まるまで同じ動作をくり返します。

このとき，次の各問いに答えなさい。　（渋谷教育学園幕張）

（１）１回目のじゃんけんでゲームの勝者が決まるとき，勝者の決まり方は何通りありますか。

（２）１回目のじゃんけんがひきわけでなく，２回目のじゃんけんでゲームの勝者が決まるとき，勝者の決まり方は何通りありますか。

$\boxed{7}$　４つの異なる数字１，３，［　　　］，９から３つの異なる数字を取り出して並べてできる３けたの整数は２４個あり，その平均は５５５である。　（灘）

8　次の問いに答えなさい。　（学大世田谷）

（１）右の筆算は，（２けたの整数）＋（１けたの整数）を表しています。
　この筆算のうち，答えが３けたの整数になるものはぜんぶで何通りありますか。

$$\begin{array}{rr} & \square\square \\ + & \square \\ \hline & \square\square\square \end{array}$$

（２）右の筆算は，（２けたの整数）×（１けたの整数）を表しています。
　この筆算のうち，答えが３けたの整数，しかも一の位の数が１になるものはぜんぶで何通りありますか。

$$\begin{array}{rr} & \square\square \\ \times & \square \\ \hline & \square\square 1 \end{array}$$

9　大，中，小３つのさいころを同時に投げるとき，次の問いに答えなさい。　（頌栄女子学院）

（１）大のさいころの目が３のとき，３つのさいころ目の和が偶数（ぐうすう）になるのは何通りありますか。

（２）３つのさいころの目の積が偶数になるのは何通りありますか。

（３）３つのさいころの目の和が１０になるのは何通りありますか。

10　一郎さんは，倉庫に置いてある１３個の荷物を，７４４ｍ先の店まで一人で往復して運びます。荷物は一度に４個まで持つことができ，何個持っても歩く速さは変わりません。ただし，荷物を持っているときは途中で休けいします。休けい時間は１個のときは３０秒，２個のときは１分３０秒，３個のときは３分，４個のときは５分です。荷物は４回に分けて運び，個数は前の回よりも多くならないようにします。　（雙葉）

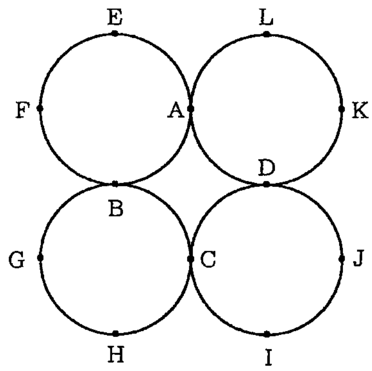
（１）どのような運び方がありますか。すべて答えなさい。

１回目	個				
２回目	個				
３回目	個				
４回目	個				

（２）最初に倉庫を出てからすべての荷物を店に運び終わるまでに，一番早い方法で１時間３８分かかります。一郎さんの歩く速さは時速何ｋｍですか。

応用問題

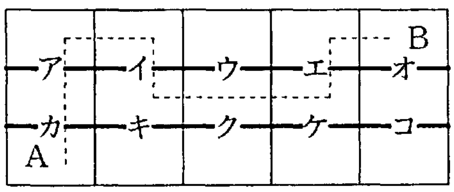
$\boxed{1}$ 図のように，同じ大きさの４つの円が，点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄでぴったりとくっついています。この４点を基準として円周を４等分する点をＥ，Ｆ，Ｇ，Ｈ，Ｉ，Ｊ，Ｋ，Ｌとします。このとき，次の問いに答えなさい。（市川）



（１）点Ａ～Ｌの中から４点を選び，それらを頂点とする四角形をつくります。このとき，正方形は全部で何個できますか。

（２）（１）でつくった正方形のうち，最も大きい正方形の面積は最も小さい正方形の面積の何倍ですか。

$\boxed{2}$ 図のようにたてに３枚，横に５枚の畳がしかれています。太郎君は畳Ａから右，上，下いずれかの方向に１枚ずつ畳をふんで進み，畳Ｂまで行きます。一度通った畳を再び通ることはしません。いろいろな行き方がありますが，畳のへりをちょうど４回またいで行くような行き方を考えます。



畳のへりにア～コの名前をつけます。図の点線はカアイエの順にへりをまたいで行く例です。この例では，イの場所で，上から下にへりをまたいでいます。（久留米大附設）

（１）上から下にへりをまたぐ場所がイであるような行き方は何通りですか。

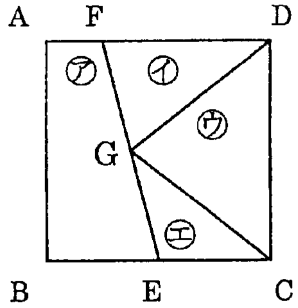
（２）上から下にへりをまたぐ場所がキであるような行き方は何通りですか。

（３）上から下にへりをまたぐ場所がクであるような行き方は何通りですか。

（４）行き方は全部で何通りですか。

3　右の図の四角形ＡＢＣＤは１辺１２ｃｍの正方形で，４つの部分！，＂，＃，＄に分かれています。この４つの部分を赤・青・黄の３色すべてを使ってぬり分けようと思います。ただし，！と＃のように点で接している部分は同じ色でぬってもよいものとしますが，！と＂のように線で接している部分は異なる色でぬらなくてはならないものとします。

　ＥはＢＣの真ん中の点，ＦはＡＤの３等分点のうちのＡに近い点であるとして，次の各問いに答えなさい。　（晃華学園）



（１）ぬり分け方は全部で何通りありますか。

（２）ある１色をぬった部分全体の面積が１００ｃｍ^{2}であるとき，ＥＧとＧＦの比を求めなさい。

4　下の図１のような展開図で表される，４つの面が正三角形である立体を，図２のスタート地点に置き，すべることなく転がします。転がせる方向は，図３に示してあります。ただし，同じ場所を通らずに転がします。このとき，次の各問いに答えなさい。　（渋谷教育渋谷）

（１）スタート地点から立体を転がしました。Ａに行く転がし方は何通りありますか。

（２）スタート地点から立体を転がしました。Ａ，Ｂを通過してＣに行く転がし方は何通りありますか。

（３）スタート地点に図１で作られた立体の向き，つまり立体の底面の数字が３，手前から見える左の数字が１，右の数字が２となるように置き，Ａ，Ｂを通過してＣまで転がしました。Ｃに着いたとき立体の底面の数字はいくつですか。

図１

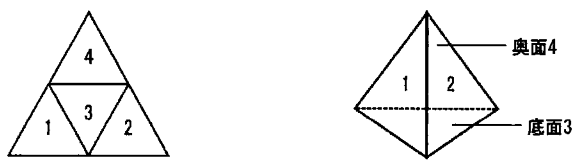


図２

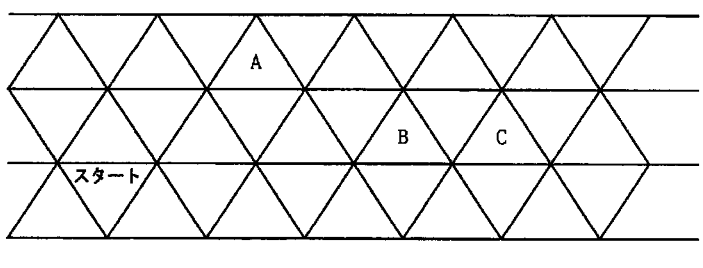
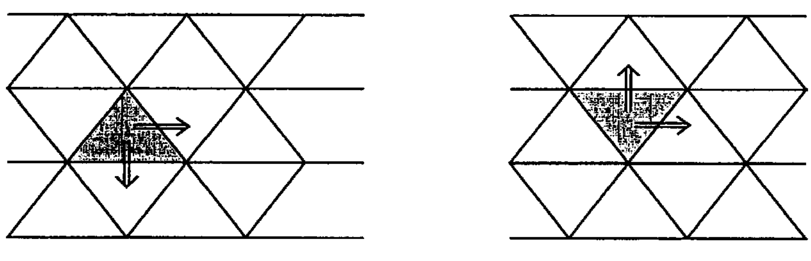


図３



5　たつや君が階段をのぼります。階段は，１段ずつのぼるか，２段ずつ（１段飛ばし）でのぼるかをまぜてのぼることができます。例えば，

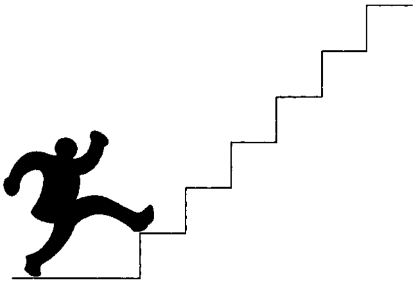
２段のぼるには，１段→１段，２段の２通りあります。

３段のぼるには，１段→１段→１段，１段→２段，２段→１段の３通りあります。

このとき次の問いに答えなさい。　（世田谷学園）

（１）５段のぼるには，何通りののぼり方がありますか。

（２）７段のぼるには，何通りののぼり方がありますか。



6　横３列のます目に，×がたてにも横にもとなり合わないようにして○，×を並べていきます。全部が○の場合もよいものとして並べ方を数えるとき，次の問いに答えなさい。　（実践女子学園）

（１）ます目が図１のように２段のとき，６ますの並べ方は全部で何通りですか。

（２）ます目が図２のように３段で，１段目には×が１つだけ入るようにします。このとき，９ますの並べ方は何通りですか。

（３）ます目は図２のように３段で，×が全部で４個以下となるような，９ますの並べ方は何通りですか。

図１

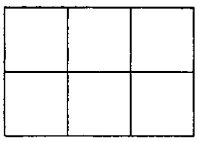
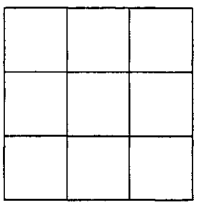


図２



7　図１のような正六角形ＡＢＣＤＥＦを，点Ｏを中心にして反時計まわりに回転させます。回転は６０°,１２０°,１８０°，２４０°，３００°，３６０°の６通りで，それぞれ順に数字の１，２，３，４，５，０で表します。たとえば，１２０°の回転のあとに３００°の回転をおこなうことを

（２，５）　　　　　　　····①

で表します。このとき，頂点は図２のようになり，６０°の回転と同じになりますから，これを（２，５）＝１のように表します。
ただし，（２，５）と（５，２）は両方とも１になりますが，別の回転として考えます。

また，３回の回転をおこなう場合は，

（１，２，３）　　　　　····②

４回の回転をおこなう場合は，（１，２，３，４）のように表し，

（１，２，３）＝０，　（１，２，３，４）＝４

となります。

このとき，次の問いに答えなさい。　　　　　　（聖光学院）

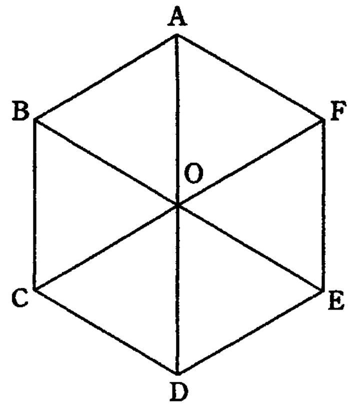


図１

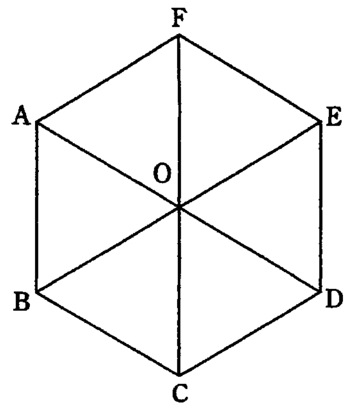


図２

（１）次の［　　］にあてはまる数字を求めなさい。

（２，３，４）＝［　　］

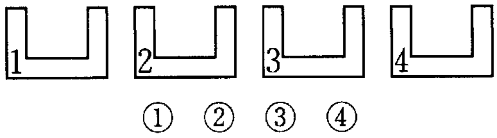
（２）２回の回転によって頂点の位置が，はじめの位置と同じになる場合を，①のような書き方ですべて書き出しなさい。

（３）３回の回転によって頂点の位置が，はじめの位置から１８０°回転した位置と同じになる場合を，②のような書き方ですべて書き出しなさい。ただし，１回目は３００°の回転とします。

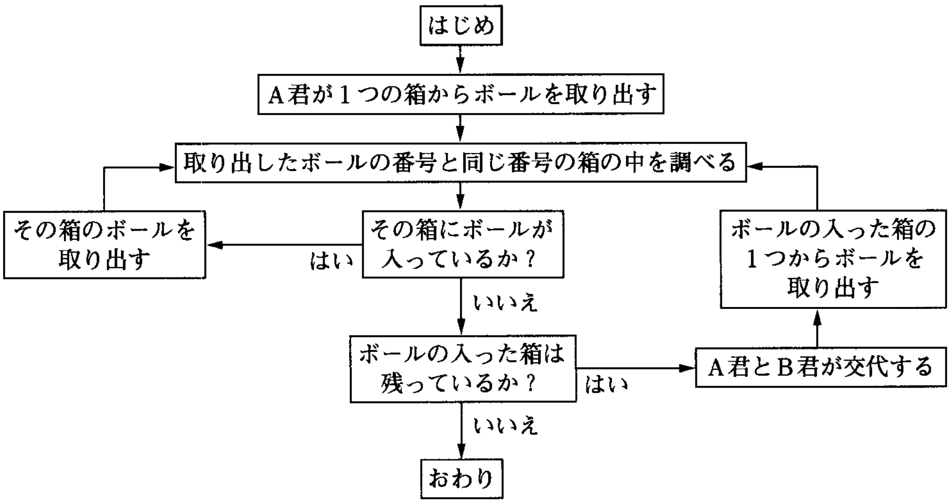
（４）４回の回転によって頂点がはじめと同じ位置になる場合は，何通りありますか。ただし，４回の回転はすべて異なる角度の回転とします。

発展問題

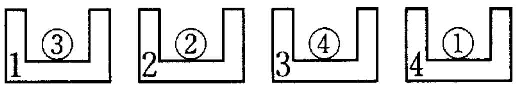
1　図のような箱とボールを準備し，４つの箱にボールを１つずつ入れて，Ａ君とＢ君の２人が次の（ア），（イ），（ウ）のルールにしたがってゲームをする。



（ア）下の表の はじめ から指示にしたがって矢印方向に進む。
（イ）取り出したボールはどの箱にももどさない。
（ウ）下の表の おわり まで進んだとき，最後のボールを取り出した者を勝ちとする。

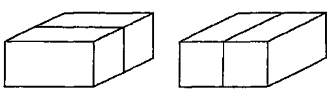


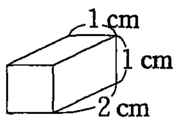
たとえば右の図のようにボールを入れたとき，Ａ君が２の箱を選ぶと，②のボールが取り出され２の箱は空になるのでＢ君と交代し，Ｂ君が１の箱を選ぶと③，④，①の順にボールが取り出されて おわり まで進み，Ｂ君の勝ちとなる。次の各問いに答えよ。　（灘）



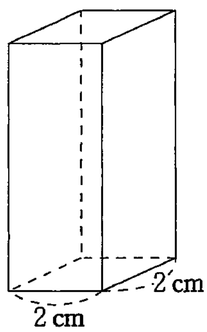
（１）１から４までの番号のついた４つの箱に１から４までの番号のついた４つのボールを１つずつ入れる方法は全部で何通りあるか。
（２）（１）のうち，Ａ君が４つのボールをすべて取り出して勝つようなボールの入れ方は全部で何通りあるか。
（３）（１）のうち，Ｂ君が勝つようなボールの入れ方は全部で何通りあるか。

2　図①のような直方体の積み木がたくさんあります。
　この積み木を図②のような底面の１辺が２ｃｍの正方形である直方体の箱にすき間なくつめます。たとえば，高さが１ｃｍであれば，そのつめ方は，右の図のように２通りです。
　次の問いに答えなさい。　（芝）





図①



図②

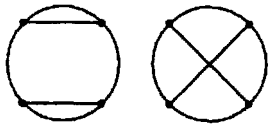
（１）図②の直方体の高さが２ｃｍのときは，そのつめ方は何通りですか。
（２）図②の直方体の高さが３ｃｍのときは，そのつめ方は何通りですか。

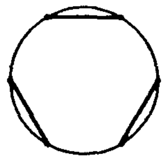
3　円周上に偶数個の点が等間隔に並んでいます。次の規則（ア），（イ）で２つの点を結びます。

（ア）まっすぐな線で結ぶ。

（イ）どの点からも１本の線しか引けない。

このようにして，すべての点を結ぶとき，その結び方が何通りあるかについて考えます。ただし，回転したり，うらがえしたりして重なる結び方は１通りとします。たとえば，円周上に４個の点がある場合，結び方は右の図のように２通りあります。　（桐朋）





（１）円周上に６個の点がある場合，結び方は全部で５通りあります。
右図にある結び方以外の４通りをすべてかきなさい。

（２）円周上に８個の点がある場合について次のように考えました。

右の図１のように，２つの点を結ぶ線の長さは４種類あって，もっとも短いものをａとする。

４本の線がすべてａのとき，右の図２のように，結び方は１通りある。

４本の線のうちａが３本だけのとき，右の図３のように，結び方は１通りある。

４本の線のうちａが２本だけのとき，下の図４のように，結び方は４通りある。

図１

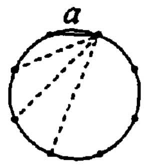


図２

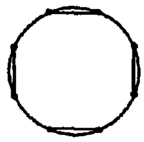
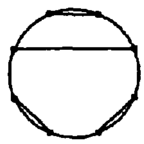


図３



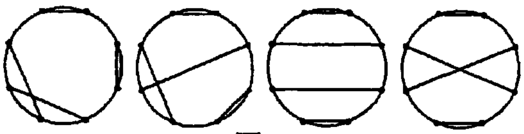


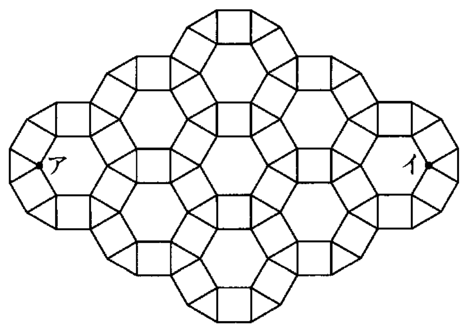
図４

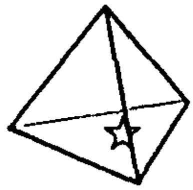
４本の線のうちａが１本だけのとき，結び方は４通りあり，ａが１本もないとき，結び方は［　　　］通りある。

①４本の線のうちａが１本だけのときの結び方をすべてかきなさい。

②４本の線のうちａが１本もないときの結び方をすべてかき，上の［　　　］にあてはまる数を求めなさい。

4　右の図は，１辺の長さが３ｃｍの正六角形，正方形，正三角形を組み合わせて作ったものである。これらの辺を通って，アからイまで行くときの最短距離は［　①　］ｃｍで，その最短コースは全部で［　②　］通りある。（灘）





5　右の図のような，４つの面が同じ大きさの正三角形でできているコマと，下の図のような，コマの面と同じ大きさの正三角形がたくさんかいてある盤（ばん）があります。コマの１つの面には印☆がついていて，はじめに，この☆の面が下の図の★のついた三角形とぴったり重なるようにおいてあります。

盤についている面の一つの辺を動かさないようにコマを倒（たお）し，別の面を下にする操作を何回か行って，コマを動かすことを考えます。例えば，１回目の操作で，コマは図で○をつけた３つの三角形のどれかに移動します。また，例えば，３回目の操作で図の●，４回目の操作で図の■，５回目の操作で図の▲の三角形にコマはたどりつけて，このときいずれも☆の面が●，■，▲の三角形に重なります。

コマが移動できる盤上の<u>三角形の個数</u>について，次の問いに答えなさい。ただし，はじめにコマをおいた<u>★の三角形は個数に含（ふく）めません</u>。　（筑波大学附属駒場）

（１）２回目の操作で，<u>はじめて</u>コマがたどりつける三角形は何個ありますか。また，そのうち☆の面が重なるものは何個ありますか。３回目の操作，４回目の操作についても同じものを求めなさい。

（２）<u>８回以下</u>の操作でコマが移動できる三角形は全部で何個ありますか。また，そのうち☆の面が重なるものは全部で何個ありますか。

（３）<u>１００回以下</u>の操作でコマが移動できる三角形のうち，☆のついた面が重なるものは全部で何個ありますか。